

Министерство науки и высшего образования РФ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Хакасский технический институт – филиал федерального государственного
автономного образовательного учреждения высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю) Б1.О.05 Высшая математика
(индекс и наименование практики в соответствии с ФГОС ВО и учебным планом)

Направление подготовки 08.05.01 Строительство уникальных зданий и сооружений
(код и наименование направления подготовки)

Направленность 08.05.01.01 Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений
(код и наименование направленности)

Абакан 2023

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей и критериев оценивания компетенций

Курс	Семестр	Код и содержание компетенции	Результаты обучения (компоненты компетенции)	Оценочные средства
1	1 (экзамен)	- Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук (ОПК-1)	Знать: методы математического анализа, применяемые для решения исследовательских задач	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
			Уметь: осуществлять обработку экспериментальных данных	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
			Владеть: математическим языком предметной области, представлять знания в математической форме, записывать математическую постановку задач, используемых при построении математической модели	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
1	2 (экзамен)	- Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук (ОПК-1)	Знать: методы математического анализа, применяемые для решения исследовательских задач	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
			Уметь: осуществлять обработку экспериментальных данных	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
			Владеть: математическим языком предметной области, представлять знания в математической форме, записывать математическую постановку задач, используемых при построении математической модели	ОС-1, ОС-2, вопросы к экзамену
2	3 (экзамен)	- Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук (ОПК-1)	Знать: методы математического анализа, применяемые для решения исследовательских задач	ОС-2, вопросы к экзамену
			Уметь: осуществлять обработку экспериментальных данных	ОС-2, вопросы к экзамену
			Владеть: математическим языком предметной области, представлять знания в математической форме, записывать математическую постановку задач, используемых при построении математической модели	ОС-2, вопросы к экзамену
2	4 (экзамен)	- Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук (ОПК-1)	Знать: методы математического анализа, применяемые для решения исследовательских задач	ОС-2, вопросы к экзамену
			Уметь: осуществлять обработку экспериментальных данных	ОС-2, вопросы к экзамену
			Владеть: математическим языком предметной области, представлять знания в математической форме, записывать математическую постановку задач, используемых при построении математической модели	ОС-2, вопросы к экзамену

2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки владений, умений. Знаний, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру оценивания

2.1 Оценочные средства для текущего контроля.

Текущий контроль знаний необходим для проверки усвоения учебного материала и его закрепления. Контроль следует проводить на протяжении всего периода изучения дисциплины. Текущий контроль осуществляется на контрольной неделе и на практических занятиях.

Оценочное средство 1 – Тест (ОС-1).

Примерный перечень тестовых заданий по разделам:

Линейная алгебра и комплексные числа.

1. Значение i^2 (i – мнимая единица) равно...

- 1) 0;
- 2) 1;
- 3) -1 .

Эталон: 3)

2. Действительная часть числа $3 + 4i$ равна...

- 1) 3;
- 2) 4;
- 3) $4i$.

Эталон: 1)

3. Мнимая часть числа $3 + 4i$ равна...

- 1) 3;
- 2) 4;
- 3) $4i$.

Эталон: 2)

4. Модуль комплексного числа $-5i$ равен...

- 1) 5;
- 2) -5 ;
- 3) $5i$.

Эталон: 5.

5. Единичная матрица порядка 2 имеет вид...

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;
- 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- 3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Эталон: 2)

6. Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$ равен ____ .

Эталон: 8

7. Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 7 & 8 \end{vmatrix}$ равен ____ .

Эталон: 0

8. Система линейных уравнений называется совместной, если она имеет...

- 1) хотя бы два решения;
- 2) бесконечно много решений;
- 3) хотя бы одно решение.

Эталон: 3)

9. В системе уравнений $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 = 4 \end{cases}$ неизвестное x_1 равно...

- 1) 2;

2) 3;

3) 4.

Эталон: 1)

10. Выберите условия, необходимые для того, чтобы систему линейных уравнений можно было решать матричным методом:

1) количество уравнений равно количеству неизвестных;

2) главный определитель системы равен нулю;

3) главный определитель системы не равен нулю;

4) количество уравнений больше количества неизвестных.

Эталон: 1), 3)

Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

1. Длина вектора \vec{a} равна 3, длина вектора \vec{b} равна 4, угол между ними равен $\frac{\pi}{3}$. Скалярное произведение этих векторов равно ____ .

Эталон: 6

2. Модуль векторного произведения векторов равен площади

1) треугольника;

2) параллелограмма;

3) прямоугольника,
построенного на этих векторах.

Эталон: 2)

3. Длина вектора \vec{a} равна 4, длина вектора \vec{b} равна 5, угол между ними равен $\frac{\pi}{6}$. Модуль векторного произведения этих векторов равен ____ .

Эталон: 10

4. Для векторов $\vec{a} = (2; -1; 3)$ и $\vec{b} = (-4; 2; -6)$ выберите верные утверждения:

1) векторы \vec{a} и \vec{b} равны;

2) векторы \vec{a} и \vec{b} одинаково направлены;

3) векторы \vec{a} и \vec{b} противоположно направлены;

4) векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.

Эталон: 3), 4)

5. Проекция вектора $\vec{a} = (4; 6; 1)$ на ось Oy равна ____ .

Эталон: 6

6. Угловой коэффициент прямой $y = 4x + 1$ равен ____ .

Эталон: 4

7. Прямые $y = 3x + 2$ и $y = 3x + 5$

1) параллельны;

2) перпендикулярны;

3) пересекаются, но не перпендикулярны.

Эталон: 1)

8. Выберите точки, лежащие на прямой $2x - 3y + 6 = 0$.

1) $A(1; 1)$;

2) $B(3; 4)$;

3) $C(0; -2)$;

4) $D(-3; 0)$.

Эталон: 2), 3), 4)

9. Нормальным вектором к плоскости $4x - 2y + z - 5 = 0$ является вектор

1) $\vec{n} = (4; -2; -5)$;

2) $\vec{n} = (4; -2; 1)$;

3) $\vec{n} = (4; -2; 0)$;

4) $\vec{n} = (4; 2; 1)$.

Эталон: 2)

10. Центром окружности $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ является точка

1) $(3; -1)$;

2) $(-3; 1)$;

3) $(3; 1)$;

4) $(-3; -1)$.

Эталон: 2)

Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Область определения функции $y = \ln(x - 5)$ имеет вид...

1) $(-\infty; 5)$;

2) $(5; +\infty)$;

3) $(-\infty; 5]$;

4) $[5; +\infty)$.

Эталон: 2)

2. Следующим элементом числовой последовательности 3; 7; 11; 15; ... является число ____ .

Эталон: 19

3. Значение предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2}{n + 3}$$

равно...

1) 1;

2) 0;

3) ∞ ;

4) $\frac{2}{3}$.

Эталон: 3)

4. Значение предела

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x - 3)}{3 - x}$$

Равно ____ .

Эталон: -1

5. Производная функции $y = \sin 2x$ имеет вид...

1) $y' = \cos 2x$;

2) $y' = 2 \cos x$;

3) $y' = -2 \cos 2x$;

4) $y' = 2 \cos 2x$.

Эталон: 4)

6. Значение производной функции $y = \frac{x^2+1}{x}$ в точке $x_0 = 1$ равно ____ .

Эталон: 0

7. Производная третьего порядка функции $y = \sin(4x - 2)$ имеет вид ...

1) $y''' = -64 \cos(4x - 2)$;

2) $y''' = 64 \sin(4x - 2)$;

3) $y''' = -64 \sin(4x - 2)$;

4) $y''' = 64 \cos(4x - 2)$.

Эталон: 1)

8. Если функция $y = f(x)$ возрастает на интервале, то для ее производной на этом интервале выполняется условие ...

1) $f'(x) > 0$;

2) $f'(x) \geq 0$;

3) $f'(x) < 0$;

4) $f'(x) \leq 0$.

Эталон: 2)

9. Число точек перегиба графика функции $y = 3x^4 - 2x^3 + 3x$ равно ...

1) 0;

2) 1;

3) 2;

4) 3.

Эталон: 3)

10. Функция $y = f(x)$ с производной, меняющей знак при переходе через критическую точку с «-» на «+», имеет в ней ...

1) минимум;

2) максимум;

3) точку перегиба.

Эталон: 1)

Интегральное исчисление функции одной переменной.

1. Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$, если ...

1) $f'(x) = F(x)$;

2) $f'(x) = F(x) + C$;

3) $F'(x) = f(x)$;

4) $F'(x) = f(x) + C$.

Эталон: 3)

2. Если $F(x)$ – какая-либо первообразная функции $f(x)$, то множество всех первообразных функции $f(x)$ имеет вид...

1) $C \cdot F(x)$;

2) $F(x) + C$;

3) $\frac{1}{C} \cdot F(x)$.

Эталон: 2)

3. Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ называется ...

1) любая из первообразных функции $f(x)$;

2) множество всех первообразных функции $f(x)$;

3) любая из производных функции $f(x)$;

4) множество всех производных функции $f(x)$.
Эталон: 2)

4. Неопределенный интеграл $\int \sin 2x dx$ равен

- 1) $-2 \cos 2x$;
- 2) $2 \cos 2x$;
- 3) $-\frac{1}{2} \cos 2x$;
- 4) $\frac{1}{2} \cos 2x$.

Эталон: 3)

5. При вычислении интеграла $\int (2x + 1) \cos 3x dx$ методом интегрирования по частям выполняется замена ...

- 1) $u = 2x + 1, dv = \cos 2x dx$;
- 2) $u = \cos 2x, dv = (2x + 1)dx$;
- 3) $u = (2x + 1)dx, dv = \cos 2x$;
- 4) $u = \cos 2x dx, dv = 2x + 1$.

Эталон: 1)

6. После внесения функции под знак дифференциала в интеграле $\int x^2 \cos(x^3) dx$ получаем выражение ...

- 1) $\int \cos(x^3) d(x^3)$;
- 2) $\int \cos(x^3) d(x^2)$;
- 3) $\frac{1}{3} \int \cos(x^3) d(x^3)$;
- 4) $\frac{1}{2} \int \cos(x^3) d(x^2)$.

Эталон: 3)

7. Необходимым условием для функции $f(x)$ при применении формулы Ньютона-Лейбница для вычисления интеграла $\int_a^b f(x) dx$ является ...

- 1) монотонность функции $f(x)$;
- 2) неотрицательность функции $f(x)$;
- 3) непрерывность функции $f(x)$.

Эталон: 3)

8. Значение интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2x dx$ равно ____ .

Эталон: $-0,25$.

9. Если $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$, то интеграл $\int_1^4 f(x) dx$ равен...

- 1) $F(1) - F(2)$;
- 2) $F(3)$;
- 3) $f(4) - f(1)$;
- 4) $F(4) - F(1)$.

Эталон: 4)

10. В результате подстановки $t = \sqrt{x}$ в интеграле $\int_4^9 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ получаем интеграл...

- 1) $\int_4^9 \frac{2tdt}{1+t}$;
- 2) $\frac{1}{2} \int_4^9 \frac{tdt}{1+t}$;
- 3) $\int_2^3 \frac{2tdt}{1+t}$;
- 4) $\frac{1}{2} \int_2^3 \frac{tdt}{1+t}$.

Эталон: 4)

Оценочное средство 2 – ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ (ОС-2)

Задание выдается в начале семестра и выполняется в течение всего семестра. Основная задача – оценить навыки применения основных законов естественнонаучных дисциплин в типичных ситуациях.

Примерный перечень заданий по разделам:

Линейная алгебра и комплексные числа.

1. Вычислить: $\frac{1+3i}{-2+i} \cdot (-2i) + 1$.

2. Вычислить данный определитель: а) разложив его по элементам i -й строки; б) разложив его по элементам j -го столбца; в) получив предварительно нули в i -й строке:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 & 6 \\ -3 & -2 & 7 & 1 \\ -6 & 9 & 5 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 6 \end{vmatrix}, i=2, j=2.$$

3. Даны матрицы A и B . Найти произведения $\hat{A} \cdot \hat{A}$, $\hat{A} \cdot \hat{B}$, матрицу \hat{A}^{-1} . Проверить правильность вычисления обратной матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -9 \\ 0 & -9 & 8 \\ -4 & 0 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & -6 & -2 \\ 7 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Проверить совместность системы линейных уравнений и решить ее: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) матричным методом:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 4x_1 - 5x_2 + x_3 = 12, \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = -9. \end{cases}$$

5. Решить систему линейных однородных уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 + 8x_3 = 0, \\ -5x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases}$$

Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

1. Дано: $\vec{a} = \alpha \vec{m} + \beta \vec{n}$, $\vec{b} = \gamma \vec{m} + \delta \vec{n}$. Известны длины векторов \vec{m} и \vec{n} и угол между ними $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \varphi$.

Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) $|\vec{a} \times \vec{b}|$; в) $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$.

$$\alpha = -5, \beta = -4, \gamma = 3, \delta = 6, |\vec{m}| = 3, |\vec{n}| = 5, \varphi = \frac{5\pi}{3}.$$

2. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе:

$$\vec{a} = (5, 4, 1), \vec{b} = (-3, 5, 2), \vec{c} = (2, -1, 3), \vec{d} = (7, 23, 4).$$

3. Упростить выражение:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 2(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} - 3\vec{i} \cdot (\vec{k} + \vec{j}) - (\vec{k} + \vec{i})^2; \\ \text{б) } & 2(\vec{i} + \vec{j}) \times \vec{k} + 3\vec{i} \times (\vec{k} + \vec{j}) - (\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} + \vec{i}). \end{aligned}$$

4. Даны векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k};$$

а) $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$; б) $3\vec{a}, 2\vec{c}$; в) $\vec{b}, -4\vec{c}$; г) \vec{a}, \vec{c} ; д) $\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$.

5. Даны вершины пирамиды A, B, C, D . Найти: а) длину ребра AB ; б) угол между ребрами AB и AC ; в) объем пирамиды $ABCD$; г) высоту пирамиды, опущенную из вершины D на грань ABC ; д) площадь сечения пирамиды, проведенного через ребро BC и точку M , делящую отрезок AD в отношении $\lambda = \frac{AM}{MD}$.

$$A(3; 4; 5), B(1; 2; 1), C(-2; -3; 6), D(3; -6; -3), \lambda = 3.$$

6. На векторах \vec{a} и \vec{b} построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма.

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 8\vec{j}.$$

7. Даны вершины треугольника ABC : $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$. Найти:

- 1) уравнение стороны AB ;
- 2) уравнение высоты CH ;
- 3) уравнение медианы AM ;
- 4) точку K пересечения медианы AM и высоты CH ;
- 5) расстояние от точки C до прямой AB ;
- 6) уравнение «в отрезках» прямой CD , параллельной прямой AB ;
- 7) каноническое уравнение окружности с центром в точке B и радиусом, равным длине стороны BC ;
- 8) каноническое уравнение эллипса с центром в начале координат и полуосями, равными длинам сторон: $a = AB$ и $b = AC$;
- 9) каноническое уравнение гиперболы с центром в точке C , действительной горизонтальной полуосью, равной длине стороны AC и мнимой полуосью, равной длине стороны BC ;
- 10) каноническое уравнение параболы с вершиной в точке A и директрисой, имеющей уравнение $x = x_2$.

Сделать чертежи треугольника, окружности, эллипса, гиперболы и параболы.

$$A(-4, -3), B(-2, 5), C(3, -2).$$

8. Даны четыре точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3), D(x_4, y_4, z_4)$. Найти:

- 1) уравнения плоскостей ABC и ABD ;
- 2) угол между плоскостями ABC и ABD ;
- 3) угол между прямой AD и плоскостью ABC ;
- 4) площадь треугольника ABC ;
- 5) объем пирамиды $ABCD$;
- 6) уравнение и длину высоты пирамиды DH ;
- 7) координаты точки H пересечения высоты DH и плоскости ABC ;
- 8) координаты точки E , симметричной точке D относительно плоскости ABC ;
- 9) каноническое уравнение сферы с центром в точке A и радиусом, равным длине отрезка BC ;
- 10) каноническое уравнение кругового конуса с вершиной в начале координат, имеющего ось симметрии ось OZ и проходящего через точку B .

$$A(3, 1, 4), B(-1, 6, 1), C(-1, 1, 6), D(0, 4, -1).$$

Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Найти предел, разложив на множители числитель и знаменатель

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 2x + 1}{x^3 - 2x - 1}$$

2. Найти предел, используя метод освобождения от иррациональности

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}$$

3. Найти предел, используя эквивалентные бесконечно-малые

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos(x - 3\pi)}$$

4. Найти предел, используя второй замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln \cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$$

5. Для функции

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi; \\ \sin x, & -\pi \leq x < 0; \\ \pi, & x \geq 0. \end{cases}$$

найти точки разрыва и построить схематический график.

6. Найти производную функции, исходя из определения

$$y = \sqrt{x-3}.$$

7. Найти производную функции:

$$1) y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}};$$

$$2) y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1});$$

$$3) y = \sin \sqrt{3} + \frac{\sin^2 3x}{3 \cos 6x}.$$

$$4) y = \operatorname{arctg}^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}.$$

8. Найти производную функции указанного порядка

$$y = (2x^2 - 7) \ln(x-1), \quad y^v = ?$$

9. Найти производную функции, используя логарифмическое дифференцирование

$$y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{2} \ln(\operatorname{arctg} x)}$$

10. Найти вторую производную неявной функции

$$y^2 = 8x.$$

11. Найти вторую производную функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t \end{cases}$$

12. Найти предел, используя правило Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}.$$

13. Составить уравнение нормали и уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0 :

$$y = \frac{4x - x^2}{4}, \quad x_0 = 2.$$

14. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1, 4]$$

15. Провести полное исследование функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}.$$

Интегральное исчисление функции одной переменной.

1. Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{x dx}{(5-3x^2)^7};$$

$$2) \int (4-3x) \cdot e^{-3x} dx;$$

$$3) \int \frac{(2x+5) dx}{x^3 - x^2 + 2x - 2};$$

$$4) \int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx;$$

$$5) \int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx;$$

$$6) \int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}};$$

$$7) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$1) \int_0^{\ln 2} \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx;$$

$$2) \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx;$$

$$3) \int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = (x-2)^3, \quad y = 4x - 8.$$

4. Вычислить длину дуги кривой, заданной в прямоугольной системе координат

$$y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$$

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах

$$r = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

7. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций, вокруг оси Ox :

$$y = -x^2 + 5x - 6, \quad y = 0.$$

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Найти частные производные функций и вычислить их значения в указанных точках:

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy} \quad \text{в точке} \quad M(1; 2);$$

2. Найти полный дифференциал функции

$$z = \cos^2 \frac{x-y^2}{x^2-y}.$$

3. Показать, что функция $z = \arcsin(xy)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{2}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$$

4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x(y+z)(xy-z) + 8 = 0$ в точке $(2; 1; 3)$.

5. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z - 1 = 0$ в точке $M(1; 2; 2)$.

Кратные интегралы

1. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (x^2 + y^3) dx dy,$$

где D – область, ограниченная линиями $x = 0, x = 2, y = 0, y = 4$.

2. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

3. Вычислить:

$$\iiint_V x dx dy dz; V: y=10x, y=0, x=1, z=xy, z=0.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4.$$

5. Пластинка D задана неравенствами, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$D: x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1; \mu = y^2.$$

6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$y = 16\sqrt{2x}, y = \sqrt{2x}, z = 0, x + z = 2.$$

Криволинейные и поверхностные интегралы.

1. Вычислить

$$\int_L (x + y) dl,$$

где L – контур треугольника ABC с вершинами $A(1; -1), B(-3; -1), C(-3; 2)$.

2. Вычислить интеграл

$$\int_L (3x + y - 3) dx + (x - 5y + 1) dy,$$

где L – контур прямоугольника $ABCD$ с вершинами $A(0; 0), B(3; 0), C(3; 2), D(2; 0)$, и обход осуществляется против часовой стрелки.

Элементы теории поля.

1. Построить линии уровня скалярного поля $U = x^2 + y$. Найти градиент этого поля.

2. Найти дивергенцию и ротор векторного поля

$$\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}.$$

Теория рядов.

1. Найти сумму ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}.$$

2. Исследовать ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}.$$

3. Исследовать ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакопередающийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

5. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n}{n+1}.$$

6. Найти область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x + \pi n).$$

7. Вычислить $e^{0,2}$ с точностью до 0,001.

8. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:

$$\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$$

9. Разложить функцию в ряд Фурье в указанном интервале:

$$f(x) = 10 - x, \quad 0 < x < 5.$$

Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2x y^2 dx.$$

2. Найти решение задачи Коши

$$x^2 dy + y dx = 0, \quad y(1) = e.$$

3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$y - xy' = x \sec \frac{y}{x}.$$

4. Решить дифференциальное уравнение

$$y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1).$$

5. Решить дифференциальное уравнение

$$(y^3 + \cos x) dx + (e^y + 3xy^2) dy = 0.$$

6. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$(1-x^2)y'' - xy' = 2.$$

7. Найти решение задачи Коши

$$4y^3 y'' = y^4 - 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}.$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x).$$

10. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$$

Теория вероятностей и математическая статистика.

1. В лифт на 1-м этаже девятиэтажного дома вошли 4 человека, каждый из которых может выйти независимо друг от друга на любом этаже со 2-го по 9-й. Какова вероятность того, что все пассажиры выйдут: 1) на 6-м этаже; 2) на одном этаже?

2. В коробке 60 лотерейных билетов, из них 8 выигрышных. Какова вероятность того, что из двух вынутых билетов один выигрышный, другой – нет. (Взятый билет в коробку не возвращается).

3. 12 студентов случайным образом рассаживаются на 12 первых местах одного ряда партера. Какова вероятность, что студенты М и Н будут сидеть рядом?

4. Батарея, состоящая из 10 орудий, ведет огонь по 15 кораблям неприятеля. Найти вероятность того, что все орудия стреляют: а) по одной цели; б) по разным целям (выбор цели случаен и не зависит от других).

5. В ящике находятся 20 лампочек, среди которых 3 перегоревшие. Найти вероятность того, что 10 лампочек, взятых наудачу из ящика, будут гореть.
6. На АТС могут поступать вызовы трех типов. Вероятности поступления вызовов 1-го, 2-го и 3-го типа соответственно равны 0,2; 0,3; 0,5. Поступило 3 вызова. Какова вероятность того, что: а) все они разных типов; б) среди них нет вызова 2-го типа?
7. Некоторое изделие выпускается двумя заводами, причем объем продукции первого в 1,5 раза превосходит объем продукции второго. Доля брака у первого завода 0,2% , у второго – 0,1%. Изделия, выпущенные заводами за одинаковые промежутки времени перемешали и пустили в продажу. При покупке приобретено бракованное изделие. Какой из заводов вероятнее всего изготовил это изделие?
8. Вероятность того, что покупателю необходима мужская обувь 41 размера, равна 0,1. Найти вероятность того, что из десяти первых покупателей эта обувь будет необходима:
 - 1) трем;
 - 2) по крайней мере трем покупателям.
9. Найти закон распределения числа угаданных номеров в "Спортлото 5 из 36"
10. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x^3, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате трёх независимых испытаний случайная величина X ровно два раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,3; 0,5)$.

11. Считается, что отклонение длины изготавливаемых изделий от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина равна 70 см и среднее квадратическое отклонение равно 0,9 см, то какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,9?

Критерии оценивания:

- «ЗАЧТЕНО» выставляется обучающемуся, если он выполнил 80 % задания.
- «НЕ ЗАЧТЕНО» выставляется обучающемуся, если он выполнил менее 80 % задания.

В случае выполнения задания на оценку «не зачтено», оно возвращается обучающемуся на доработку.

2. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1 семестр:

1. Основные числовые множества. Определение комплексного числа.
2. Сложение и вычитание комплексных чисел.
3. Умножение комплексных чисел в алгебраической форме.
4. Деление комплексных чисел в алгебраической форме.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа.
6. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.
7. Возведение комплексного числа в степень в тригонометрической форме.
8. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.
9. Определители второго и третьего порядка.
10. Свойства определителей.
11. Правило Крамера.
12. Миноры и алгебраические дополнения.
13. Разложение определителя по строке (столбцу).
14. Матрицы (основные определения).
15. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, транспонирование матриц, сложение и вычитание матриц, умножение матриц).
16. Обратная матрица.

17. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
18. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы.
19. Системы линейных уравнений (основные определения).
20. Теорема Кронекера -Капелли.
21. Метод Гаусса.
22. Системы линейных однородных уравнений.
23. Векторы, основные определения.
24. Линейные операции над векторами.
25. Разложение вектора по ортам координатных осей. Координаты вектора.
26. Линейные операции над векторами в координатной форме.
27. Скалярное произведение векторов и его свойства.
28. Скалярное произведение векторов в координатной форме.
29. Приложения скалярного произведения.
30. Векторное произведение векторов и его свойства.
31. Координатная форма векторного произведения.
32. Приложения векторного произведения.
33. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и свойства.
34. Координатная форма смешанного произведения.
35. Приложения смешанного произведения.
36. Системы координат на плоскости.
37. Расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении.
38. Уравнения прямой на плоскости:
 - 1) с угловым коэффициентом;
 - 2) общее уравнение;
 - 3) уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении;
 - 4) уравнение прямой проходящей через две точки;
 - 5) уравнение прямой проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору;
 - 6) уравнение прямой в отрезках;
 - 7) нормальное уравнение прямой.
39. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
40. Расстояние от точки до прямой.
41. Линии второго порядка на плоскости:
 - 1) эллипс;
 - 2) гипербола;
 - 3) парабола.
42. Уравнения плоскости в пространстве:
 - 1) уравнение плоскости проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору;
 - 2) общее уравнение (частные случаи);
 - 3) уравнение плоскости, проходящей через три точки;
 - 4) уравнение плоскости в отрезках;
 - 5) нормальное уравнение плоскости.
43. Угол м/у плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
44. Расстояние от точки до плоскости.
45. Уравнение прямой в пространстве:
 - 1) векторное;
 - 2) параметрические;
 - 3) канонические;
 - 4) уравнение прямой, проходящей через 2 точки;
 - 5) общие уравнения;
46. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
47. Условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости.
48. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
49. Пересечение прямой с плоскостью.

50. Поверхности второго порядка. Метод параллельных сечений.
51. Цилиндрические поверхности.
52. Операции над множествами.
53. Понятие функции, способы задания.
54. Элементарные функции, свойства, графики.
55. Простейшие преобразования графиков.
56. Определение числовой последовательности. Виды числовых последовательностей.
57. Предел последовательности.
58. Предел функции.
59. Свойства пределов.
60. Свойства бесконечно малых и больших величин.
61. Первый замечательный предел.
62. Второй замечательный предел.
63. Бесконечно малые функции. Эквивалентные бесконечно малые функции.
64. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва.
65. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

2 семестр:

1. Определение производной, геометрический и механический смысл.
2. Правила вычисления производных.
3. Производные основных элементарных функций.
4. Производная неявной функции.
5. Логарифмическое дифференцирование.
6. Производная параметрически заданной функции.
7. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. применение дифференциала к приближенным вычислениям.
8. Производные высших порядков.
9. Теорема Лопиталя.
10. Исследование функции с помощью производной (возрастание и убывание функции, необходимое и достаточное условия существования экстремума функции).
11. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
13. Выпуклость, вогнутость кривой, точки перегиба (исследование с помощью второй производной).
14. Асимптоты графика функции.
15. Первообразная и неопределенный интеграл.
16. Свойства и неопределенного интеграла.
17. Таблица основных интегралов.
18. Внесение функции под знак дифференциала.
19. Замена переменной в неопределенном интеграле.
20. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
21. Интегрирование рациональных дробей.
22. Основная тригонометрическая подстановка.
23. Интегрирование иррациональностей с помощью тригонометрических подстановок.
24. Определенный интеграл, основные свойства определенного интеграла.
25. Правила вычисления определенного интеграла, теорема Ньютона - Лейбница.
26. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
27. Замена переменной в определенном интеграле.
28. Несобственные интегралы.
29. Вычисление площади плоской фигуры.
30. Вычисление длины дуги плоской кривой.
31. Вычисление объема тела.
32. Вычисление площади поверхности вращения.
33. Статические моменты и моменты инерции плоских дуг и фигур.

3 семестр:

1. Определение двойного интеграла
2. Геометрический смысл двойного интеграла, его свойства
3. Вычисление двойного интеграла в прямоугольной системе координат
4. Двойной интеграл в полярной системе координат
5. Приложения двойного интеграла к решению задач вычисления объема тела, площади фигуры
6. Приложения двойного интеграла к решению задач вычисления массы, координат центра тяжести, моментов инерции пластинки
7. Тройной интеграл и его свойства
8. Тройной интеграл в цилиндрических координатах
9. Тройной интеграл в сферических координатах
10. Приложения тройного интеграла к решению задач вычисления объема, массы, координат центра тяжести, моментов инерции тела
11. Криволинейный интеграл 1 рода, его свойства и вычисление
12. Криволинейный интеграл 2 рода, его свойства и вычисление
13. Формула Остроградского-Грина
14. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
15. Интегрирование полных дифференциалов
16. Приложения криволинейных интегралов к решению задач вычисления площади фигуры, работы силы
17. Поверхностный интеграл 1 рода и его свойства
18. Поверхностный интеграл 2 рода и его свойства
19. Формула Остроградского
20. Формула Стокса
21. Производная по направлению.
22. Градиент скалярного поля.
23. Поток векторного поля.
24. Дивергенция векторного поля.
25. Циркуляция векторного поля.
26. Ротор векторного поля.
27. Определение сходимости числового ряда и его суммы.
28. Необходимый признак сходимости числового ряда.
29. Обобщенный гармонический ряд.
30. Предельный признак сравнения числовых рядов.
31. Признак Даламбера.
32. Радикальный признак Коши.
33. Признак Лейбница.

4 семестр:

1. Дифференциальные уравнения 1 го порядка с разделяющимися переменными
2. Однородные дифференциальные уравнения 1 го порядка
3. Линейные дифференциальные уравнения 1 го порядка, уравнение Бернулли
4. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка
5. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка
6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с правой частью специального вида, метод подбора частного решения
7. Системы дифференциальных уравнений
8. Классическое определение вероятности.
9. Теоремы сложения вероятностей.
10. Теоремы умножения вероятностей.
11. Вероятность появления хотя бы одного события.
12. Формула полной вероятности.
13. Формулы Бейеса.
14. Формула Бернулли.

15. Локальная формула Лапласа.
16. Интегральная формула Лапласа.
17. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
18. Биномиальное распределение.
19. Геометрическое распределение.
20. Закон Пуассона.
21. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
22. Дисперсия дискретной случайной величины.
23. Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.
24. Функция распределения вероятностей.
25. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
26. Математическое ожидание непрерывной случайной величины.
27. Дисперсия непрерывной случайной величины.
28. Среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
29. Нормальный закон распределения.
30. Показательное распределение.

Варианты экзаменационного билета:

1 семестр

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой ПИЕиГД
О.В. Папина
« » _____ 202_г.

Министерство
науки и высшего образования РФ
ФГАОУ ВПО
«Сибирский федеральный
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №__1__
по дисциплине Высшая математика
направление 08.05.01
факультет _____ курс 1

ХТИ – филиал СФУ

1. Определители второго и третьего порядка.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа.

3. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 & 2 \\ -3 & -2 & 7 & 1 \\ -6 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 6 \end{vmatrix}.$$

4. Найти угол B в треугольнике ABC , где $A(3; 4; -1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -1; 3)$.

Составитель _____ /д.ф.-м.н., профессор Г.С. Сулейманова

Утверждено на заседании кафедры протокол № _ от _____ г.

2 семестр

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой ПИЕиГД
О.В. Папина

« _____ » _____ 202_г.

Министерство
науки и высшего образования РФ
ФГАОУ ВПО
«Сибирский федеральный
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине Высшая математика
направление 08.05.01
факультет _____ курс 1

ХТИ – филиал СФУ

1. Геометрический смысл производной.
2. Определение неопределенного интеграла.
3. Найти производную $y = e^{\sin x} \left(x - \frac{1}{\cos x} \right)$.

4. Найти интеграл $\int (4 + 2x) \cdot e^{-4x} dx$.

Составитель _____ /д.ф.-м.н., профессор Г.С. Сулейманова

Утверждено на заседании кафедры протокол № от _____ г.

3 семестр

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой ПИЕиГД
О.В. Папина

« _____ » _____ 202_г.

Министерство
науки и высшего образования РФ
ФГАОУ ВПО
«Сибирский федеральный
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине Высшая математика
направление 08.05.01
факультет _____ курс 2

ХТИ – филиал СФУ

1. Определение суммы числового ряда.
2. Определение двойного интеграла.
3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{5^n}$$

4. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

Составитель _____ /д.ф.-м.н., профессор Г.С. Сулейманова

Утверждено на заседании кафедры протокол № от _____ г.

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой ПИЕиГД
О.В. Папина
« » _____ 202_г.

Министерство
науки и высшего образования РФ
ФГАОУ ВПО
«Сибирский федеральный
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине Высшая математика
направление 08.05.01
факультет _____ курс 2

ХТИ – филиал СФУ

1. Линейные уравнения первого порядка.
2. Локальная формула Лапласа.
3. Найти общий интеграл уравнения
 $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2x y^2 dx$
4. В ящике 4 белых и 6 черных шаров. Найти вероятность того, что два из трех случайно вынутых шаров окажутся белыми.

Составитель _____ /д.ф.-м.н., профессор Г.С. Сулейманова

Утверждено на заседании кафедры протокол № от _____ г.

3. ПРОЦЕДУРА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Сдача экзамена производится в период экзаменационной сессии. Ведущим преподавателем может быть проведена промежуточная аттестация студента по результатам обучения без дополнительной сдачи экзамена по вопросам.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических возможностей (подбираются индивидуально в зависимости от возможностей здоровья студента):

Категории студентов	Виды оценочных средств	Форма контроля и оценки результатов обучения
С нарушением слуха	Комплект контрольных работ, комплект расчетно-графических заданий, вопросы к экзамену	Преимущественно письменная проверка
С нарушением зрения	Комплект контрольных работ, комплект расчетно-графических заданий, вопросы к экзамену	Преимущественно устная проверка (индивидуально)
С нарушением опорно-двигательного аппарата	Комплект контрольных работ, комплект расчетно-графических заданий, вопросы к экзамену	Письменная проверка

Разработчик: _____ / Г. С. Сулейманова